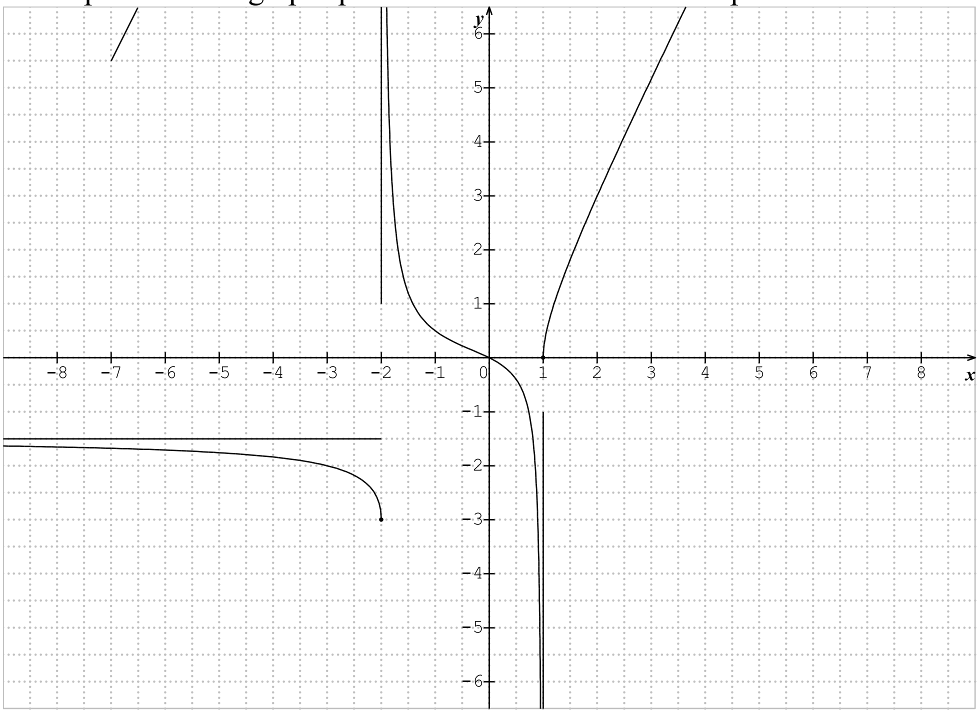
	LYCEE PILOTE DE SOUSSE	Devoir de synthèse N°1	CLASSE : $3^{ème}$ Math
	LE 7 / 12 / 2007	MATHEMATIQUES	DUREE : 2 heures

EXERCICE 1 (5 points)

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthonormé du plan.



1/ a- Déterminer le domaine de définition de f

b- Déterminer l'image par f de l'intervalle $[-2,0]$

2/ Déterminer chacune des limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)\ ;\ \lim_{x\to+\infty} f(x);\ \lim_{x\to1^-} f(x);\ \lim_{x\to1^+} f(x)\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(2x-\frac{1}{2})\right]$$

3/ Calculer chacune des limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\left[f(x)+\frac{3}{2}\right]}\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{1-x}{2x-\frac{1}{2}-f(x)}\ \text{ et } \lim_{x\to-2^+}\frac{x+1}{f(x)+x}$$

EXERCICE 2 (6 points)

Soit a un paramètre réel et soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2-2x-4}{x^2-1} & \text{si } x<-1 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} & \text{si } -1\le x<1 \\ f(x)=\sqrt{4x^2+2x-6}-ax & \text{si } x\ge1 \end{cases}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2/ a) Etudier la continuité de f en -1

b) Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en 1.

3/ On prend $a=1$

a) Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite Δ d'équation $y=x+\dfrac{1}{2}$ est un asymptote oblique à (C) au voisinage de $+\infty$

c) Etudier la position relative de la courbe (C) et la droite Δ sur $[1,+\infty[$.

EXERCICE 3 (5 points)

Le plan P est orienté dans le sens direct

Soit ABC un triangle isocèle de sommet principal A et tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right) \equiv -\frac{39\pi}{5} \quad (2\pi)$

1/ Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}\right)$ puis tracer le triangle ABC.

2/ Les bissectrices des secteurs [AB,AC] et [CA,CB] se coupent en O. Soit I le symétrique de O par rapport à la droite (BC).
Donner une mesure de chacun des angles orientés : $\left(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BC}\right)$; $\left(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{IB}\right)$ et $\left(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{OA}\right)$

3/ La droite (BI) coupe la droite (AC) en D.
Montrer que le triangle BDC est isocèle.

4/ Soient $(\mathscr{C})$ le cercle circonscrit au triangle BCD, E le point diamétralement opposé à C sur $(\mathscr{C})$, F le point d'intersection de (BD) et (CE) et J le milieu de [ED]

a) Quelle est la nature de chacun des triangles EFD et JFD ?

b) Déterminer une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{FJ},\overrightarrow{FD}\right)$
En déduire que les droites (AO) et (FJ) sont parallèles.

EXERCICE 4 (4 points)

Le plan P est orienté dans le sens direct.

Soit $(\mathscr{C})$ un cercle de centre O et soit ABCD un quadrilatère inscrit dans le cercle $(\mathscr{C})$.

1/ Exprimer une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}\right)$ à l'aide d'une mesure de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)$
En déduire que les seuls parallélogrammes qui sont inscriptibles dans un cercle sont les rectangles.

2/ Le cercle $(\mathscr{C}')$ passant par A et D et tangent à (AB) en A et le cercle $(\mathscr{C}'')$ passant par C et D et tangent à (CB) en C se recoupent en E.

a) Montrer que : $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE}}\right)+\left(\widehat{\overrightarrow{CE},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \pi+\left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}}\right) \quad (2\pi)$

b) En déduire que les points A , C et E sont alignés.